

## I osa

1. Lahendada tuleb kõik 5 ülesannet, aega lahendamiseks on 120 minutit.
2. Ülesannete tekste ei ole vaja lahenduste lehele ümber kirjutada.
3. Iga ülesande lahendus tuleb kirjutada lahenduste lehel selleks ette nähtud kohale.
4. Kui lahendus ei mahu ära selleks ette nähtud kohale, jätkake lahendamist lisalehel, mille saate eksamikomisjonilt.  
Lisage kindlasti viide lahenduse jätkumise kohta lisalehel.
5. Ülesannete lehel olevaid jooniseid täiendage vastavalt vajadusele ülesannete lehel, st neid ei ole vaja lahenduste lehele joonestada.

**1. (10 punkti)** Lihtsustage avaldis  $\left[ \frac{a}{a^2 - 2ab + b^2} - \frac{a}{(a+b)^2} \right] \cdot \left( \frac{1}{a^2} - b^{-2} \right)^2$  ja leidke avaldise täpne väärtus, kui  $a = -4 + \log_5 125$  ja  $b = \sqrt[3]{2}$ .

**2. (10 punkti)** 30 õpilasest puudus matemaatika tunnist 20%. Puudujatest  $\frac{2}{3}$  olid poisid ja see moodustas 20% klassi poiste koguarvust. Mitu tüdrukut oli matemaatika tunnis? (2 punkti)

Selles samas matemaatika tunnis kutsuti tahvli juurde juhuslikult

- 1) üks õpilane. Kui suur on tõenäosus, et see õpilane oli poiss? (1 punkt)
- 2) kaks õpilast. Kui suur on tõenäosus, et üks neist oli tüdruk ja teine poiss? (3 punkti)
- 3) neli õpilast. Kui suur on tõenäosus, et vähemalt 3 neist olid tüdrukud? (4 punkti)

**3. (10 punkti)** On antud funktsioon  $f(x) = (x^2 - 4)(2x - 1)$ .

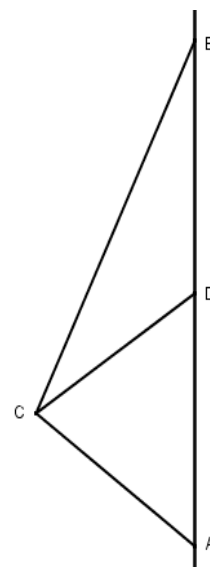
Leidke selle funktsiooni

- 1) nullkohad; (2 punkti)
- 2) negatiivsuspiirkond; (2 punkti)
- 3) tuletis; (2 punkti)
- 4) maksimumpunkti koordinaadid. (4 punkti)

**4. (10 punkti)** Kaks kiirabiautot alustavad üheaegselt sõitu teineteise poole – üks auto haiglast sündmuskohale, teine sündmuskohalt haiglasse. Esimese minutiga läbivad mõlemad autod 1 km.

Iga järgmise minutiga läbib üks auto  $\frac{1}{6}$  km võrra ja teine  $\frac{1}{12}$  km võrra pikema teelõigu kui eelmise minutiga. Mitme minuti pärast autod kohtuvad ja mis on autode kiirused ( $\frac{km}{h}$ ) kohtumishetkel, kui sõitu alustades on nad teineteisest 23 km kaugusel?

**5. (10 punkti)** Sirge tee ääres asuvad talud  $A$ ,  $B$  ja  $D$ . Iga talu juurest viib otsetee postkontorisse  $C$  (vt joonist). Kulude kokkuhoiu eesmärgil otsustas vallavalitsus sulgeda liiklemiseks teed  $AC$  ja  $BC$  ning jätkata vaid teede  $AB$  ja  $CD$  hooldamist. Plaanil mõõtkavaga 1: 20 000 on tee  $AB$  pikkus 93 mm. Teades, et teede  $AD$  ja  $BD$  pikkus on võrdne ning  $\angle CAB = 53^\circ$  ja  $\angle ABC = 25^\circ$ , leidke, mitme kilomeetri võrra pikeneb teede sulgemise tõttu talude  $A$  ja  $B$  elanike teekond postkontorisse  $C$ ? Lõppvastus andke täpsusega 0,01 km.



## II osa

1. Lahendada tuleb ülesanded 6, 7 ning omal valikul veel 8. või 9. ülesanne. Aega lahendamiseks on 150 minutit.
2. Hinnatakse ainult kolme (kahe 15-punktilise ja ühe 20-punktilise) ülesande lahendusi.
3. Hindamiseks esitatava valikülesande järjekorranumber kirjutage lahenduste lehel selleks ette nähtud ruutu.
4. Iga ülesande lahendus tuleb kirjutada lahenduste lehel selleks ette nähtud kohale.
5. Kui lahendus ei mahu ära selleks ette nähtud kohale, jätkake lahendamist lisalehel, mille saate eksamikomisjonilt. Lisage kindlasti viide lahenduse jätkumise kohta lisalehel.
6. Ülesannete lehel olevaid jooniseid täiendage vastavalt vajadusele ülesannete lehel, st neid ei ole vaja lahenduste lehele joonestada.

**6. (15 punkti)** On antud funktsioonid  $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{6} - x\right)$  ja  $g(x) = \sin 2x$ .

- 1) Näidake, et  $f(x) = -\cos x$ . (4 punkti)
- 2) Leidke võrrandi  $g(x) = -\cos x$  lahendid, mis asuvad lõigul  $[0; 2\pi]$ . (6 punkti)
- 3) Joonestage ühes ja samas koordinaatteljestikus funktsioonide  $y = f(x)$  ja  $y = g(x)$  graafikud ning lahendage joonise põhjal võrratus  $f(x) > g(x)$  lõigul  $[0; 2\pi]$ . (5 punkti)

**7. (15 punkti)** Ristküliku  $ABCD$  üheks tipuks on punkt  $A(4; 3)$ , tipp  $B$  asub  $x$ -teljel ja küljega  $AB$  paralleelne külg  $CD$  asub sirgel  $x - y + 7 = 0$ .

- 1) Arvutage ristküliku  $ABCD$  tippude  $B$ ,  $C$  ja  $D$  koordinaadid ning joonestage ristkülik  $ABCD$  koordinaattasandile. (7 punkti)
- 2) Koostage sirge võrrand, millel asub ristküliku diagonaal  $AC$ . (2 punkti)
- 3) Arvutage ristküliku  $ABCD$  ümbermõõdu täpne väärtus. (3 punkti)
- 4) Koostage ristküliku  $ABCD$  ümberringjoone võrrand. (3 punkti)

**8. (20 punkti)** Ehitatakse risttahukakujuline hoone, mille ruumala on  $Vm^3$ . Hoone katus on ristkülik, mille üks külg on teisest 2 korda pikem. Katuse ühe ruutmeetri ehitamine maksab 1125 krooni. Hoone ühe lühema seina ühe ruutmeetri ehitamine läheb maksma 2500 krooni, ülejäänud kolme seina ühe ruutmeetri ehitamine aga 1300 krooni.

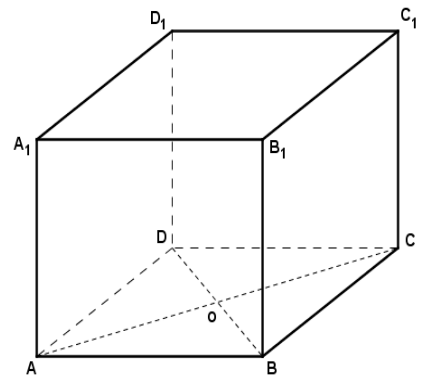
- 1) Avaldage ruumala  $V$  kaudu hoone mõõtmed (pikkus, laius, kõrgus), mille korral oleks nimetatud ehitustööde kogumaksumus minimaalne.
- 2) Arvutage ehitustööde minimaalne maksumus, kui hoone ruumala peab olema  $2744m^3$ .

**9. (20 punkti)** Püströöptahuka  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  (vt joonist) põhjaks on romb  $ABCD$ , mille teravnurk  $\angle BAD = \alpha$  ja diagonaal  $BD = d$ . Püströöptahuka diagonaal  $CA_1$  moodustab põhitahuga nurga  $\beta$ .

- 1) Avaldage püströöptahuka diagonaallõigete pindalad nurkade  $\alpha$  ja  $\beta$  ning diagonaali  $d$  kaudu.

2) Antud püströöptahukasse on kujundatud püramiid  $OA_1KL$ , kus punktid  $K$  ja  $L$  on vastavalt püströöptahuka servade  $D_1C_1$  ja  $C_1B_1$  keskpunktid ning punkt  $O$  on rombi  $ABCD$  diagonaalide lõikepunkt. Leidke püströöptahuka ja püramiidi  $OA_1KL$  ruumalade suhe.

- 3) Näidake, et sirge  $A_1O$  on risti sirgela  $BD$ .



**Ülesanne 1.** (10 punkti)

$$\text{Lihtsustage avaldis } \left( \frac{a^2 - b^2}{a\sqrt{a} + a\sqrt{b}} - \frac{a - b}{\sqrt{b} + \sqrt{a}} \right) \cdot \left( \frac{b}{a} \right)^{-1}$$

ja arvutage kirjalikult selle väärtus, kui  $a = 4^{-2}$  ja  $b = 27^{\frac{2}{3}}$ .

**Ülesanne 2.** (10 punkti)

Lahendage võrrand.

a)  $3^{x+2} + 3^{x-2} = 246$

b)  $\cos^2 x - 1 = \sin^2 x - 0,5$  vahemikus  $\left( \pi; \frac{3\pi}{2} \right)$ . Kontrollige lahendi õigsust.

**Ülesanne 3.** (10 punkti)

On antud funktsioon  $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 7$ .

1. Näidake, et  $f(-2) > f(3)$ .
2. Leidke funktsiooni  $f(x)$  tuletis.
3. Leidke funktsiooni  $f(x)$  kasvamisvahemik ja arvutage ekstreemumpunktide koordinaadid.
4. Joonestage eespool saadud tulemusi kasutades funktsiooni  $f(x)$  graafik lõigul  $[-2; 3]$ .

**Ülesanne 4.** (10 punkti)

Firma reklaamis oma kaupu ajakirjades, televisioonis ja raadios. Kokkuvõtteid tehes selgus, et ...

- a) kulutused reklaamile ajakirjades moodustasid 62,5% kulutustest reklaamile televisioonis;
- b) kulutused reklaamile televisioonis ja kulutused reklaamile raadios suhtusid nagu  $1\frac{2}{3} : 0,75$ ;
- c) summa, mis kulus reklaamile raadios ja ajakirjades kokku, oli 75 000 krooni võrra suurem kulutustest reklaamile televisioonis.

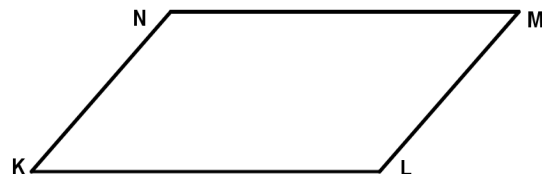
Leidke firma reklaamikampaania kogukulu.

**Ülesanne 5.** (10 punkti)

Rööpküliku  $KLMN$  diagonaal  $LN$  on 6,7 cm ja külge  $LM$  on 5,4 cm. Nurk  $KNL$  on  $102^\circ$ .

1. Märkige andmed joonisele.
2. Arvutage rööpküliku  $KLMN$  ümbermõõt ja pindala.
3. Nurga  $KNL$  poolitaja lõikab rööpküliku külge  $KL$  punktis  $T$ .

Arvutage lõikude  $KT$  ja  $TL$  pikkused.



**NB!** Kõik lõppvastused ümardage kümnendikeni.

**Ülesanne 6.** (15 punkti)

On antud funktsioon  $f(x) = x^2 + 4x + 3$ , mille graafik lõikab  $y$ -telge punktis  $A$  ning  $x$ -telge punktides  $B(x_1; 0)$  ja  $D(x_2; 0)$ , kus  $x_1 < x_2$ . Sirge  $s$  läbib punkte  $A$  ja  $B$  ning sirge  $t$  läbib punkte  $A$  ja  $D$ . Sirge  $u$  on paralleelne sirgega  $y = -x$ . Sirged  $s$  ja  $u$  lõikuvad punktis  $B$  ning sirged  $t$  ja  $u$  lõikuvad punktis  $C$ .

1. Koostage sirgete  $s$ ,  $t$  ja  $u$  võrrandid ning arvutage punkti  $C$  koordinaadid.
2. Joonestage koordinaatteljestikku funktsiooni  $f(x)$  graafik ning sirged  $s$ ,  $t$  ja  $u$ .
3. Näidake, et kolmnurk  $ABC$  on täisnurkne ja arvutage selle kolmnurga nurk  $BAC$ .

**Ülesanne 7.** (15 punkti)

Kaks keha liikusid sirgjooneliselt.

1. Esimese keha poolt iga sekundi jooksul läbitud teepikkused moodustasid aritmeetilise jada. Esimese sekundiga läbis keha 63 mm ja kolmanda sekundi lõpuks oli tal läbitud 25,2 cm pikkune teelõik. Leidke vahemaa, mille esimene keha läbis liikumise neljandal sekundil.
2. Teine keha läbis teisest sekundist alates igas sekundis sama arv korda pikema teelõigu kui eelmises sekundis. Esimese kolme sekundiga läbis keha 304 mm, neljanda sekundiga aga 15,2 cm võrra pikema teelõigu kui esimese sekundiga. Leidke aeg, mis kulus teisel kehal 205,9 cm läbimiseks.

**Ülesanne 8.** (20 punkti)

1. On antud funktsioon  $f(x) = ax^2 + b \ln x + c$ , kus  $a$ ,  $b$  ja  $c$  on reaalarvud.

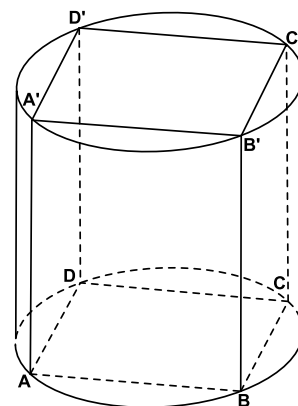
Leidke kordajate  $a$ ,  $b$  ja  $c$  väärtused nii, et funktsiooni  $f(x)$  graafik läbib punkti  $P(1; 3)$  ning graafiku puutujaks selles punktis on sirge  $y = 4x + a$ . Kontrollige saadud tulemusi.

2. Leidke funktsiooni  $g(x) = 4 + 6 \ln x - x^2$  suurim ja vähim väärtus lõigul  $[1; e]$ .

**Ülesanne 9.** (20 punkti)

Silindris on risttahukas  $ABCD A' B' C' D'$  (vt joonist). Risttahuka pikem põhiseriv on  $a$  ja põhitahu diagonaalidevaheline teravnurk on  $\alpha$ . Risttahuka diagonaal moodustab külgtahuga, mille pindala on väiksem, nurga  $\beta$ .

1. Avaldage silindri külgpindala  $a$ ,  $\alpha$  ja  $\beta$  kaudu.
2. Näidake, et  $a = \sqrt{3}$  cm,  $\alpha = 60^\circ$  ja  $\beta = 45^\circ$  korral on silindri külgpindala  $2\pi\sqrt{2}$  cm<sup>2</sup>.



**Ülesanne 1. (10 punkti)**

Lihtsustage kirjalikult avaldis

$$A = \left( \frac{\sqrt{2a} - \sqrt{b}}{\sqrt{2a} + \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{2a} + \sqrt{b}}{\sqrt{2a} - \sqrt{b}} \right) \cdot \left( \sqrt{\frac{b}{4a}} - \sqrt{\frac{a}{b}} \right), \text{ kus } a > 0, b > 0 \text{ ja } b \neq 2a$$

ning arvutage kirjalikult avaldise  $B = 2^{-0,5} : A$  väärtus.

**Ülesanne 2. (10 punkti)**

Kastis on 3 punase, 4 roosa ja 5 kollase gladiooli sibulat.

1. Kastist võeti 1 juhuslik sibul ja istutati peenrasse. Kui suur on tõenäosus, et istutati kollase gladiooli sibul?
2. Kastist võeti korraga 4 juhuslikku sibulat ja istutati peenrasse. Kui suur on tõenäosus, et
  - 1) kõik istutatud sibulad on erinevat värvi;
  - 2) istutati 2 kollase ja 2 punase gladiooli sibulat;
  - 3) vähemalt 3 istutatud sibulat olid roosa gladiooli sibulad?

**Ülesanne 3. (10 punkti)**

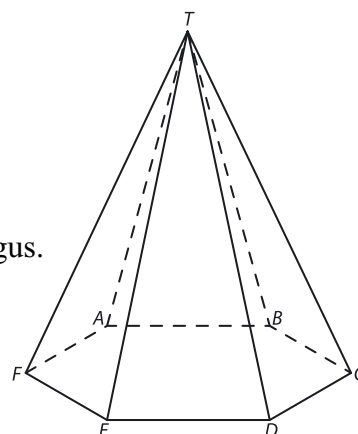
On antud funktsioon  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 5$ .

1. Arvutage funktsiooni  $f(x)$  ekstreemumpunktide koordinaadid ja määrake nende liik.
2. Leidke funktsiooni  $f(x)$  kasvamisvahemikud.
3. Joonestage funktsiooni  $f(x)$  graafik lõigul  $[-1; 3]$ .

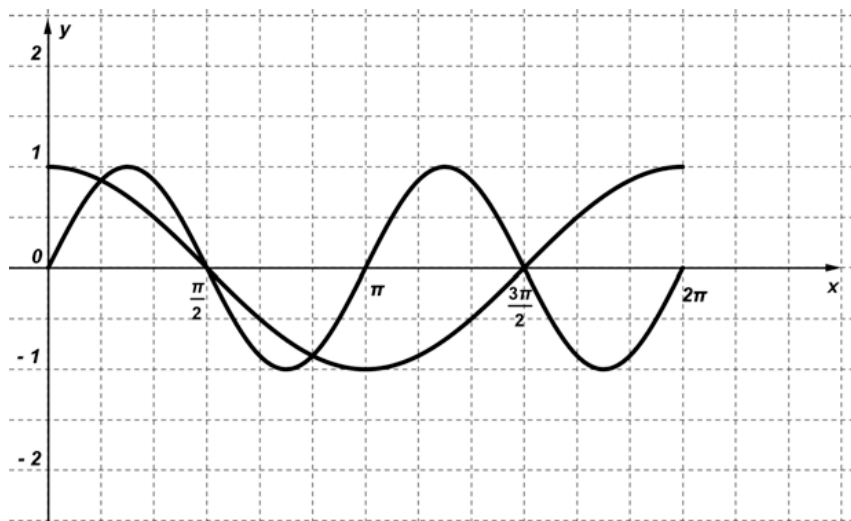
**Ülesanne 4. (10 punkti)**

Korrapärase kuusnurkse püramiidi  $TABCDEF$  külgpindala

on  $1,2 \text{ dm}^2$  ja põhja pindala on  $24\sqrt{3} \text{ cm}^2$ . Arvutage püramiidi kõrgus.

**Ülesanne 5. (10 punkti)**

Joonisel on antud funktsioonide  $f(x) = \cos x$  ja  $g(x) = \sin 2x$  graafikud lõigul  $[0; 2\pi]$ .



1. Kirjutage joonisele funktsioonide nimetused.
2. Lahendage kirjalikult võrrand  $\cos x = \sin 2x$  lõigul  $[0; 2\pi]$ .
3. Joonestage antud koordinaatteljestikku funktsiooni  $h(x) = \cos x - 1$  graafik lõigul  $[0; 2\pi]$ .
4. Leidke joonise põhjal kõigi kolme funktsiooni ühine negatiivsuspõhikond lõigul  $[0; 2\pi]$ .

**Ülesanne 6. (15 punkti)**

Joonte  $f(x) = \sqrt{x+5}$  ja  $g(x) = x+3$  lõikepunkt  $A$  on rombi  $ABCD$  tipuks. Rombi diagonaali  $AC$  kirjeldab vektor  $\vec{AC} = (4; -4)$ . On teada, et rombi tipp  $B$  asub  $y$ -teljel.

1. Arvutage rombi  $ABCD$  tippude koordinaadid ja koostage sirge võrrand, millel asub rombi diagonaal  $BD$ .
2. Arvutage rombi  $ABCD$  pindala.
3. Joonestage ühes koordinaatteljestikus funktsioonide  $f(x)$  ja  $g(x)$  graafikud ning romb  $ABCD$ .

**Ülesanne 7. (15 punkti)**

Kolm kaatrit kohtusid merel punktis  $O$ . Pärast kohtumist suundus esimene kaater lõuna, teine lääne ja kolmas põhja suunas.

1. Kaks tundi pärast kohtumist olid kaatrid jõudnud vastavalt punktidesse  $A$ ,  $B$  ja  $C$ , mis on täisnurkse kolmnurga  $ABC$  tippudeks. Esimese ja teise kaatri vaheline kaugus oli 60 km ning teise kaatri kiirus oli 6 km/h suurem esimese kaatri kiirusest. Leidke esimese ja kolmanda kaatri vaheline kaugus.
2. Esimene ja kolmas kaater peatusid pärast kahetunnist sõitu. Teine kaater jätkas samadel tingimustel liikumist veel ühe tunni ja jõudis punkti  $D$ . Leidke nurk  $ADC$ .

**Ülesanne 8. (20 punkti)**

On antud funktsioonid

$$f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - x + 3), g(x) = a \ln x - b, \text{ kus } a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{R} \text{ ja } h(x) = \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}x + 1\right) - 1.$$

1. Arvutage  $3^{f(3)}$ .
2. Lahendage võrrand  $f(x) = h(x)$ .
3. Kas leidub parameetri  $p$ ,  $p \in \mathbf{R}$  väärtus nii, et võrrandil  $f(x) = f(p)$  on ainult üks lahend? Põhjendage oma vastust.
4. Määrake parameetrite  $a$  ja  $b$  väärtused nii, et funktsiooni  $g(x)$  graafik läbib punkti  $A(1; e)$  ning selle graafiku puutuja kohal  $x_0 = 2$  on risti sirgega  $y = -(2+x)$ . Koostage selle puutuja võrrand.

**Ülesanne 9. (20 punkti)**

Hoone koosneb kahest osast: selle madalam osa on poolsilindrikujuline ning kõrgem osa risttahukakujuline (vt joonist). Hoone risttahukakujulise osa laius on võrdne poolsilindrikujulise otsaseina diameetriga  $d$ . Hoone risttahukakujulise osa pikkus ja laius suhtuvad vastavalt nagu 3 : 2 ning selle kõrgus on 2 korda suurem madalama osa pikkusest. Poolsilindrikujulise osa katuse pinnalaotuse ümbermõõt on  $P$ .

1. Avaldage kogu hoone ruumala ümbermõõdu  $P$  ja diameetri  $d$  kaudu.
2. Kui suur peaks antud  $P$  korral olema poolringikujulise otsaseina raadius, et madalama osa katuse pindala oleks võimalikult suur?

